



流形上的稀疏低秩表示模型及应用

胡永利

huyongli@bjut.edu.cn

2020.11.8



1. 背景

2. 稀疏低秩表示模型

3. 流形上的低秩表示模型

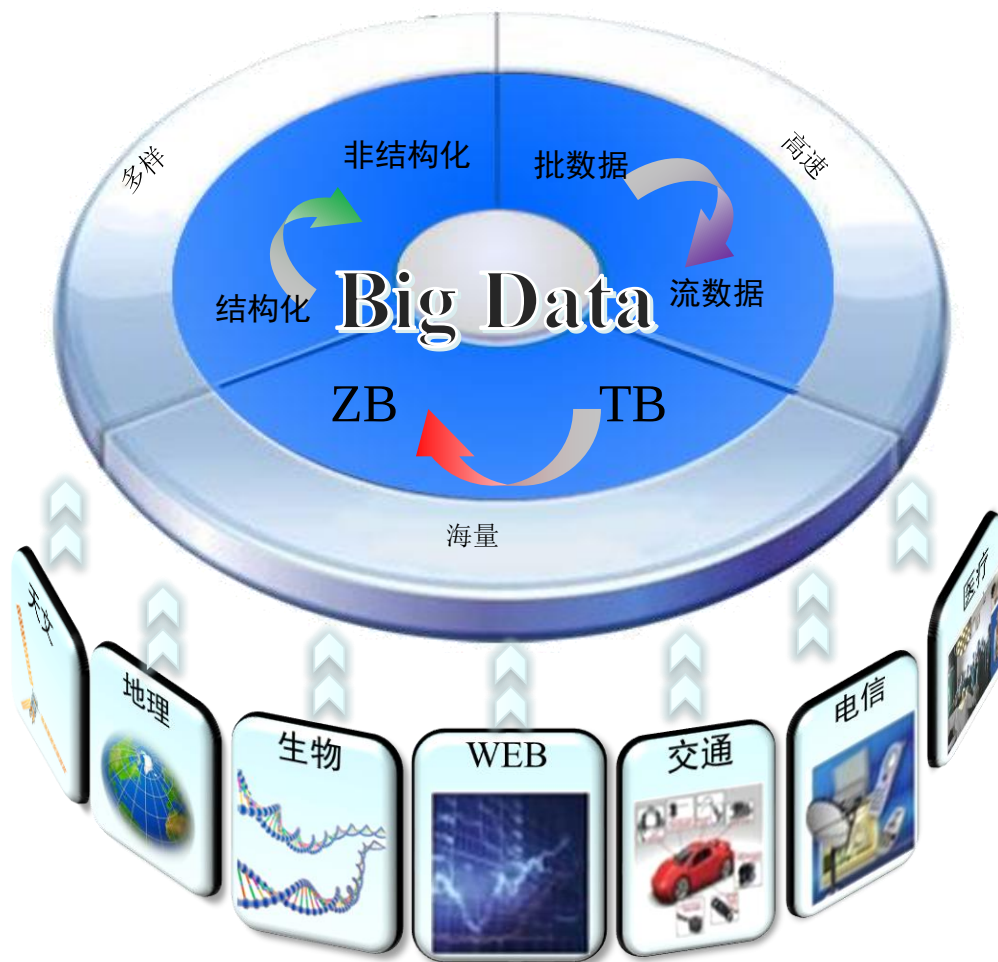
3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

3.2 SPD流形上的低秩表示模型

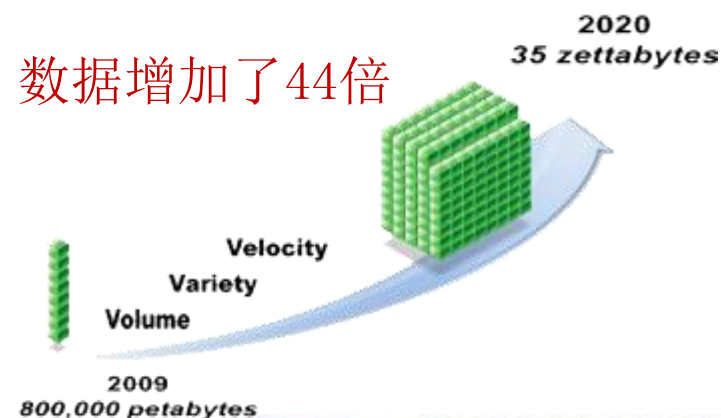
3.3 乘积流形上的低秩表示模型

4. 行为聚类应用

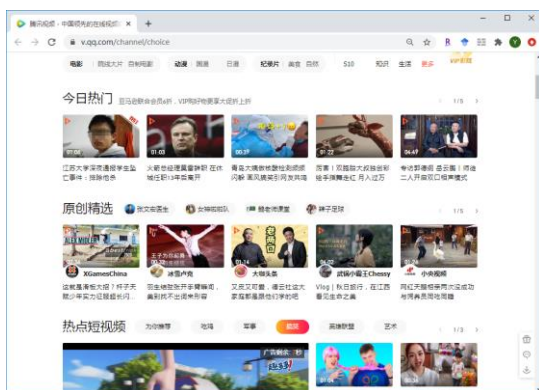
1. 背景



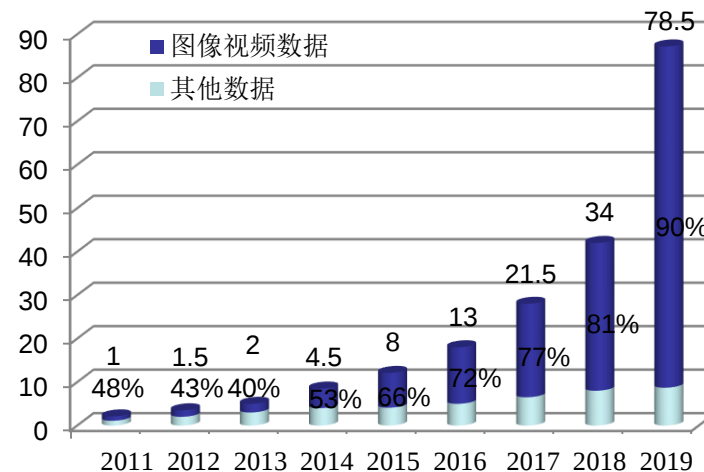
数据增加了44倍



1. 背景



图像视频等高维数据是大数据的主体



高维数据的有效表达和智能应用是大数据面临的一个挑战性问题



摄像头达100000多个，每天产生1000TB的视频数据。

1. 背景

2. 稀疏低秩表示模型

3. 流形上的低秩表示模型

3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

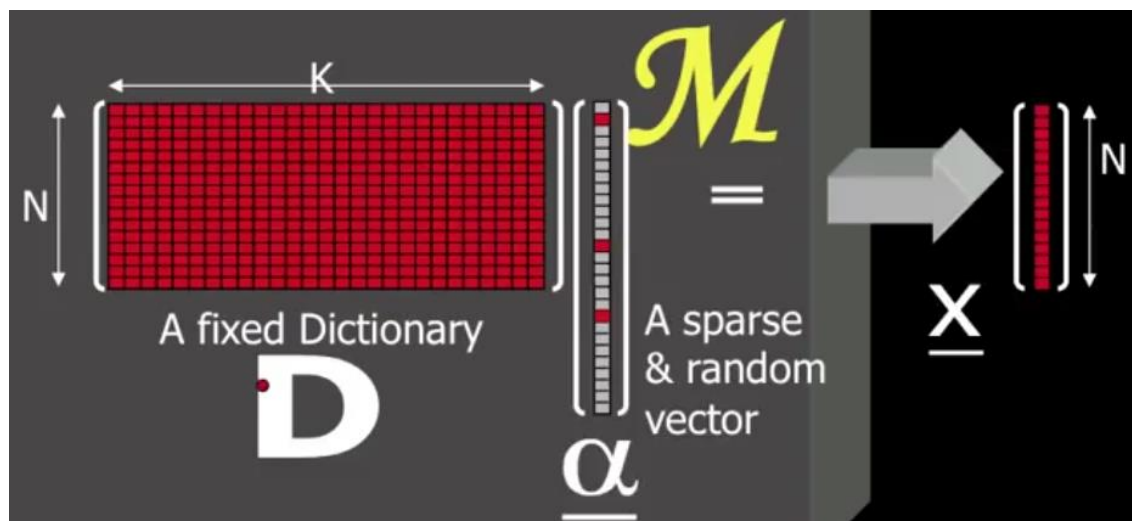
3.2 SPD流形上的低秩表示模型

3.3 乘积流形上的低秩表示模型

4. 行为聚类应用

2. 稀疏低秩表示模型

- 稀疏表示模型

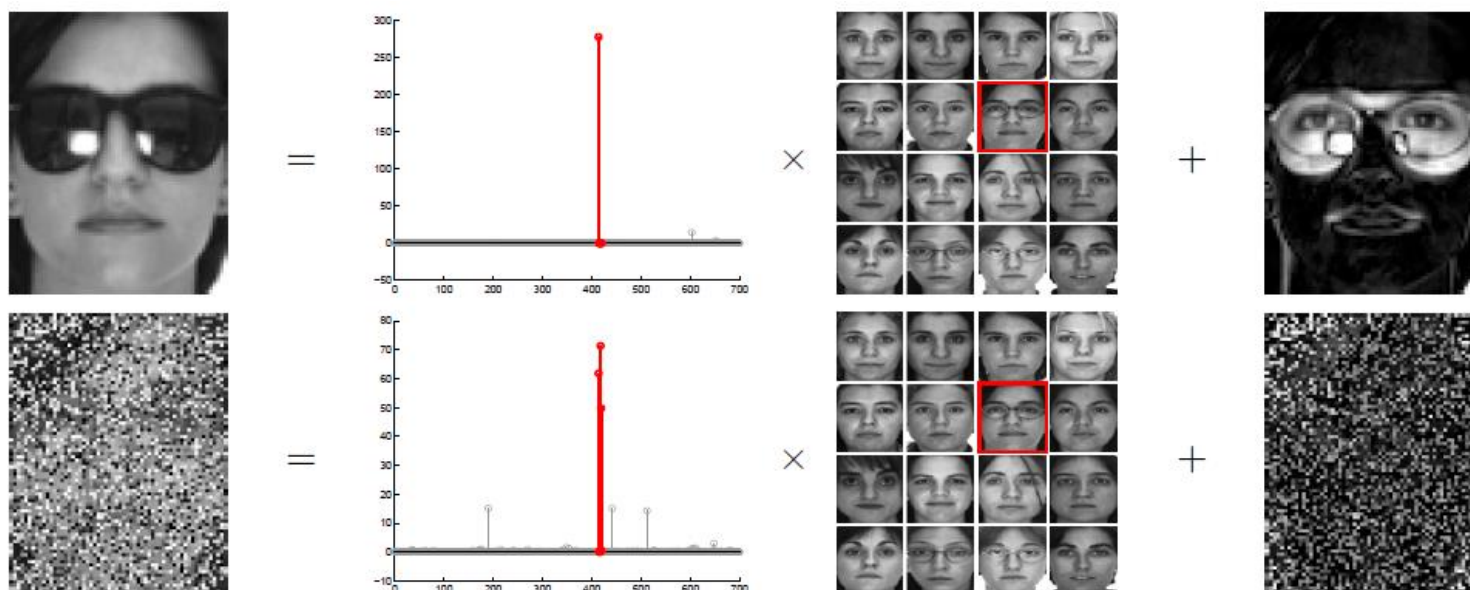


$$\arg \min_{D, \alpha} \|x - D\alpha\|_F^2 + \lambda \|\alpha\|_0$$

- E. J. Candès, J. Romberg and T. Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006

2. 稀疏低秩表示模型

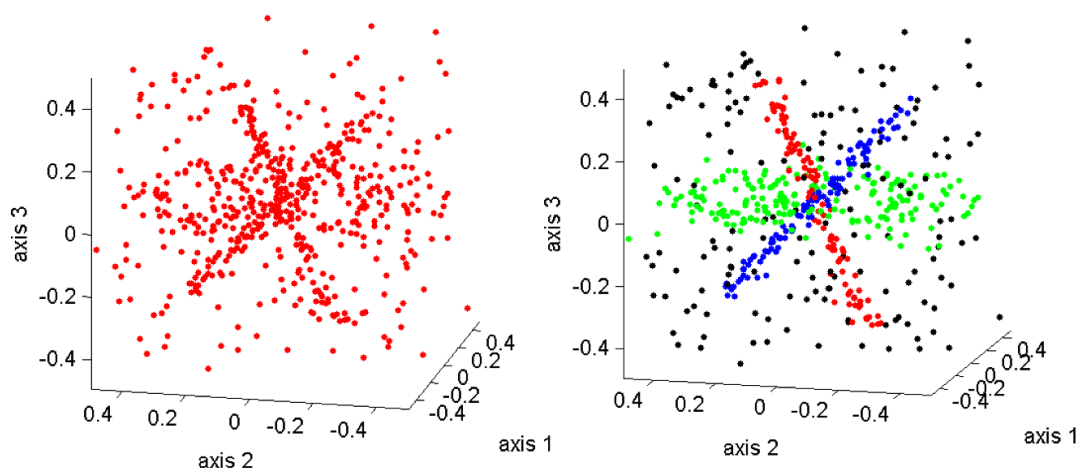
- 稀疏表示模型



- Yi Ma, et al: Robust Face Recognition via Sparse Representation, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2008

2. 稀疏低秩表示模型

- 稀疏表示模型



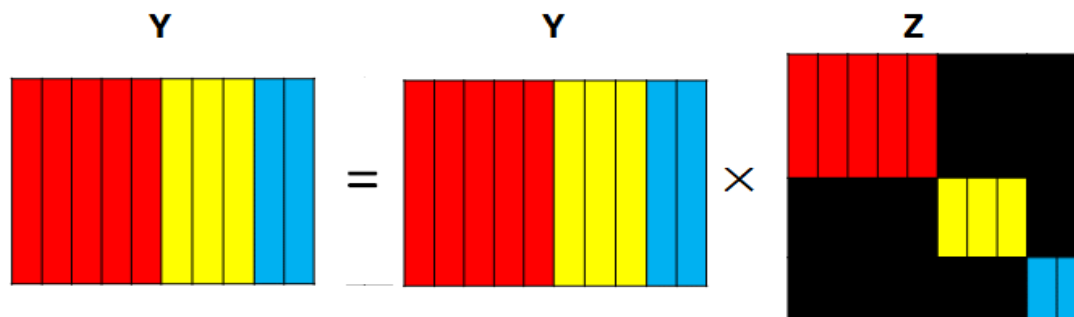
$$\min_{Z, E} \|Z\|_{l_1} + \lambda \|E\|_F^2 \quad s.t. \quad Y = YZ + E$$

$$(\|Z\| + \|Z^T\|)/2 \rightarrow NCUT$$

- Vidal, et al: Sparse subspace clustering, *CVPR*, 2009

2. 稀疏低秩表示模型

• 低秩表示模型



$$\min_{E, Z} \|E\|_F^2 + \lambda \|Z\|_* \quad s.t. \quad Y = YZ + E$$

$$\min_{E, Z} \|E\|_{2,1} + \lambda \|Z\|_* \quad s.t. \quad Y = YZ + E$$

- Guangcan Liu, Zhouchen Lin and Yong Yu, Robust Subspace Segmentation by Low-Rank Representation, *ICML*, 2010
- G. Liu, Z. Lin, J. Sun, Y. Yu and Y. Ma. Robust Recovery of Subspace Structures by Low-Rank Representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013.

2. 稀疏低秩表示模型

- 序列数据的稀疏低秩表示模型

$$\min_{E,Z} \|E\|_F^2 + \lambda \|Z\|_{l_1} \quad s.t. \quad Y = YZ + E$$

$$\min_{E,Z} \|E\|_{2,1} + \lambda \|Z\|_* \quad s.t. \quad Y = YZ + E$$



$$\begin{aligned} \min \quad & \|X - XZ\|_F^2 + \lambda_1 \|Z^T Z\|_1 + \|ZR\|_{1,2} \\ s.t. \quad & \text{diag}(Z) = 0, \quad Z \geq 0 \end{aligned}$$

Fei Wu, YongLi Hu, YanFeng Sun, Junbin Gao, Baocai Yin. Ordered Subspace Clustering with Block-diagonal Priors. *IEEE Transactions on Cybernetics (TCYB)*, 46(12): 3209-3219, 2016.

1. 背景

2. 稀疏低秩表示模型

3. 流形上的低秩表示模型

3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

3.2 SPD流形上的低秩表示模型

3.3 乘积流形上的低秩表示模型

4. 行为聚类应用

3. 流形上的低秩表示模型

- 传统低秩表示模型给（欧氏空间）

$$\min_{E, Z} \|E\|_F^2 + \lambda \|Z\|_* \quad s.t. \quad Y = YZ + E$$

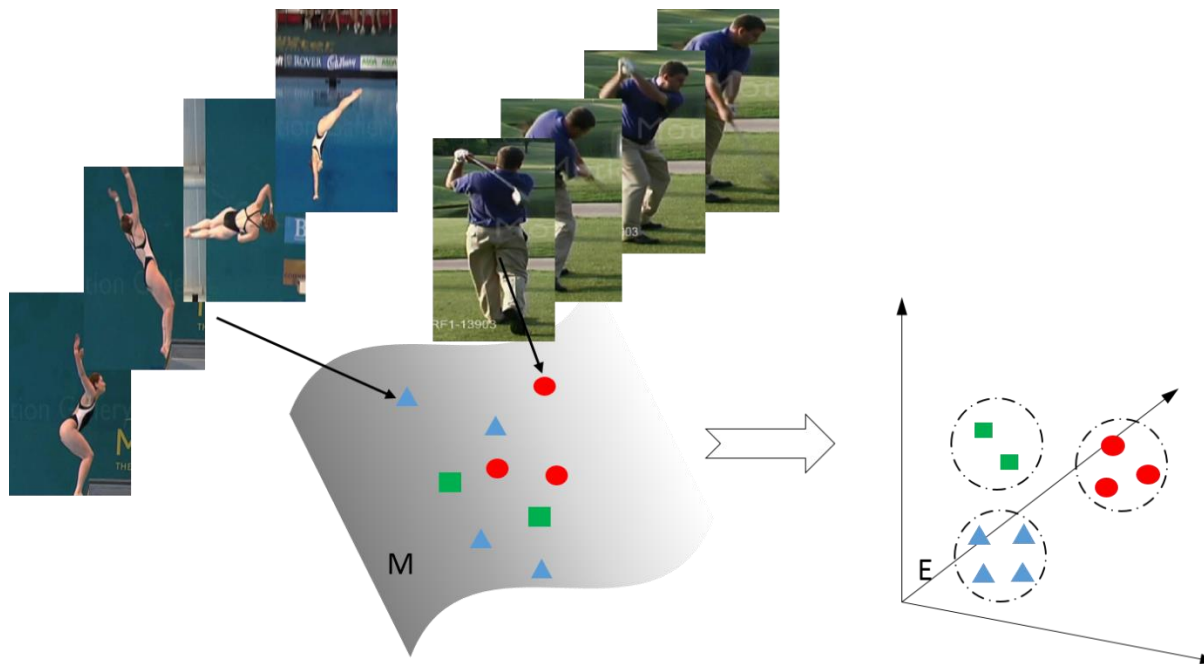
$$\|E\|_F^2 = \|X - XZ\|_F^2 = \sum_{i=1}^N \|x_i - \sum_{j=1}^N Z_{ij} x_j\|^2$$

- 流形上的低秩表示模型

$$\min_Z \sum_{i=1}^N \left\| [X_i] \ominus \left(\bigoplus_{j=1}^N Z_{ij} \odot [X_j] \right) \right\|_{\mathcal{PG}} + \lambda \|Z\|_*$$

1. 背景
2. 稀疏低秩表示模型
3. 流形上的低秩表示模型
 - 3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型
 - 3.2 SPD流形上的低秩表示模型
 - 3.3 乘积流形上的低秩表示模型
4. 行为聚类应用

3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型



Grassmann流形具有比较完善的数学性质；
Grassmann流形是数据表示和分析的常用工具；
Grassmann流形能够很好的描述视频特征。

3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

- Grassmann流形

$$\mathcal{G}(p, d) = \{\mathbf{X} \in R^{d \times p} : \mathbf{X}^T \mathbf{X} = \mathbf{I}_p\} / \mathcal{O}(p)$$

- Grassmann流形的嵌入距离

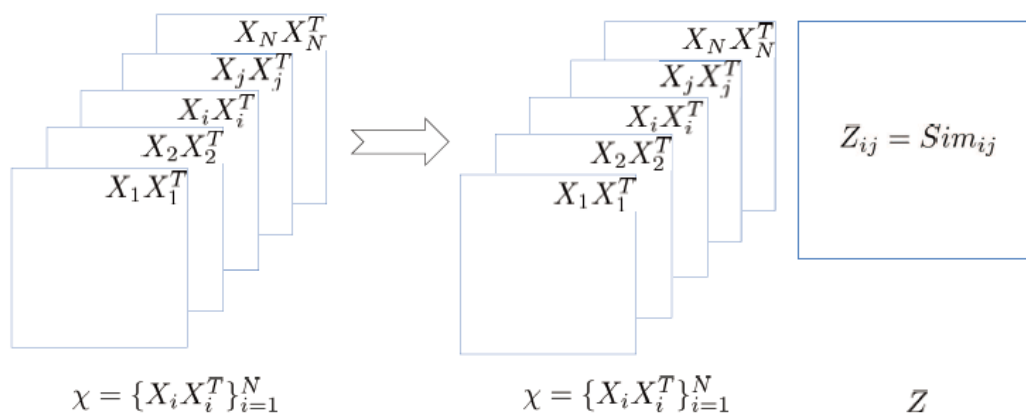
$$\Pi : \mathcal{G}(p, d) \rightarrow \text{Sym}(d), \quad \Pi(X) = X X^T.$$

$$d_g^2(X, Y) = \frac{1}{2} \|\Pi(X) - \Pi(Y)\|_F^2.$$

3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

- Grassmann流形上的低秩表示模型

$$\min_Z \sum_{i=1}^N \left\| [X_i] \ominus \left(\bigoplus_{j=1}^N Z_{ij} \odot [X_j] \right) \right\|_{\mathcal{PG}} + \lambda \|Z\|_*$$



$$\Pi(X) = X X^T.$$

$$\delta(X_1, X_2) = \|\Pi(X_1) - \Pi(X_2)\|_F$$

$$\min_{\mathcal{E}, Z} \|\mathcal{E}\|_F^2 + \lambda \|Z\|_* \quad \text{s.t.} \quad \mathcal{X} = \mathcal{X} \times_3 Z + \mathcal{E}$$

3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

目标函数: $\min_{E, Z} \|E\|_F^2 + \lambda \|Z\|_*$, s.t. $\mathcal{X} = \mathcal{X} \times_3 Z + E$

求解:

1) 将张量E分解,

$$\|E\|_F^2 = \sum_{i=1}^N \|E_i\|_F^2$$

2) 其中,第i个切片为

$$\begin{aligned} \|E_i\|_F^2 &= \text{tr} \left[\left(X_i X_i^T - \sum_{j=1}^N z_{ij} (X_j X_j^T) \right)^T \left(X_i X_i^T - \sum_{j=1}^N z_{ij} (X_j X_j^T) \right) \right] \\ &= \text{tr} [(X_i X_i^T)^T (X_i X_i^T)] - 2 \sum_{j=1}^N z_{ij} \text{tr} [(X_i X_i^T)^T (X_j X_j^T)] \\ &\quad + \sum_{j_1=1}^N \sum_{j_2=1}^N z_{ij_1} z_{ij_2} \text{tr} [(X_{j_1} X_{j_1}^T) (X_{j_2} X_{j_2}^T)] \end{aligned}$$

3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

3) 对上式整理后得到

$$\|E\|_F^2 = Np - 2\text{tr}[Z\Delta] + \text{tr}[Z\Delta Z^T]$$

其中, $\Delta_{ij} = \text{tr}[(X_j^T X_i)(X_i^T X_j)]$, N 和 p 是常数。

4) 误差项

$$\begin{aligned}\|E\|_F^2 &= Np - 2\text{tr}[ZLL^T] + \text{tr}[ZL(ZL)^T] \\ &= \|ZL - L\|_F^2 + \text{const.}\end{aligned}$$

5) 目标函数可化简为

$$\min_Z \|ZL - L\|_F^2 + \lambda \|Z\|_*$$

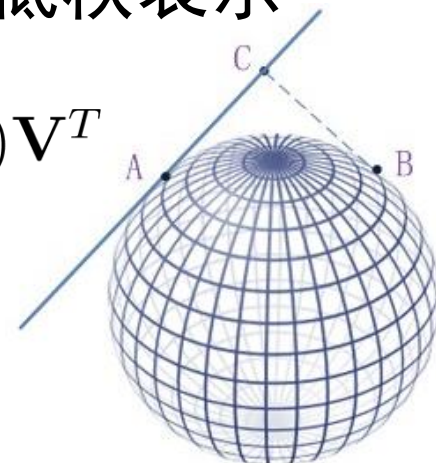
该式具有解析解。

3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

- Grassmann流形上局部几何约束的低秩表示

$$\text{Log}_{\mathbf{X}_1}(\mathbf{X}_2) = \mathbf{H} = \mathbf{U} \arctan(\Sigma) \mathbf{V}^T$$

其中 $\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T = (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^T\mathbf{X}_2)(\mathbf{X}_1^T\mathbf{X}_2)^{-1}$

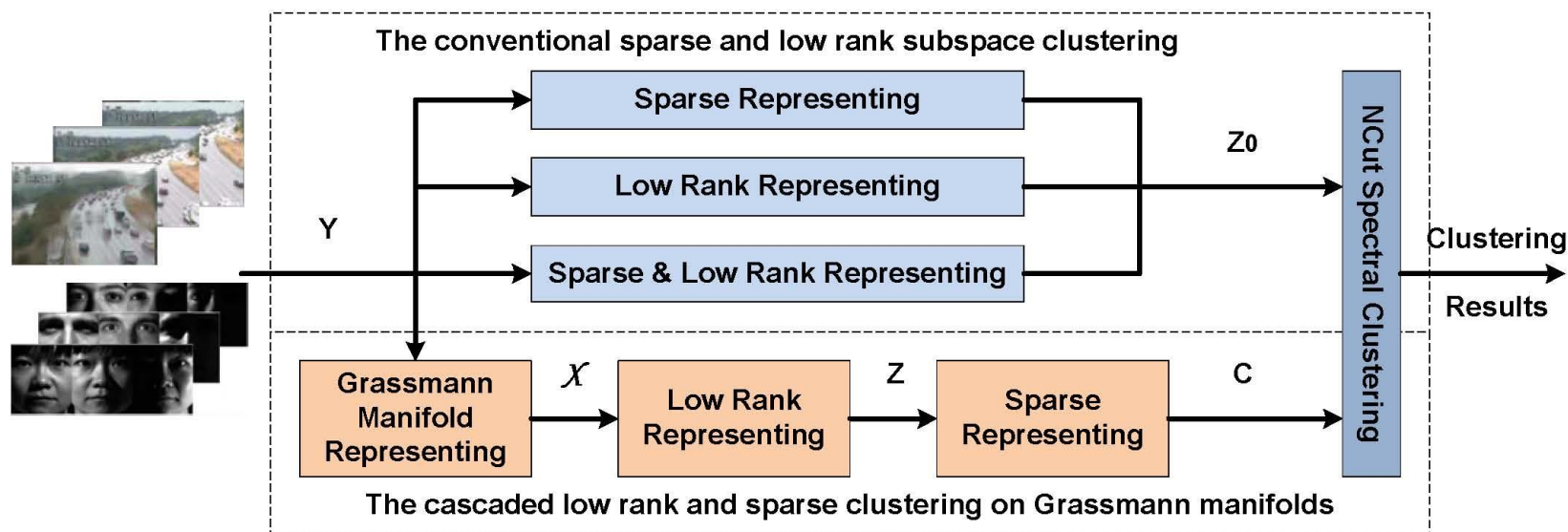


$$\min_{\mathbf{Z}} \sum_{i=1}^N \left\| \sum_{j=1}^N z_{ij} \text{Log}_{\mathbf{X}_i}(\mathbf{X}_j) \right\|_{X_i}^2 + \lambda \|\mathbf{Z}\|_* \quad \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^N z_{ij} = 1, i = 1, \dots, N, \quad P_{\Omega}(\mathbf{Z}) = 0$$

$$P_{\Omega}(w_{i,j}) = \begin{cases} 0 & \text{if } (i,j) \in \Omega \\ w_{ij} & \text{otherwise,} \end{cases} \quad \Omega = \{(i,j) : j = i \text{ or } \mathbf{X}_j \notin \mathcal{N}_i\}$$

3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

- Grassmann流形上的级联低秩-稀疏表示模型

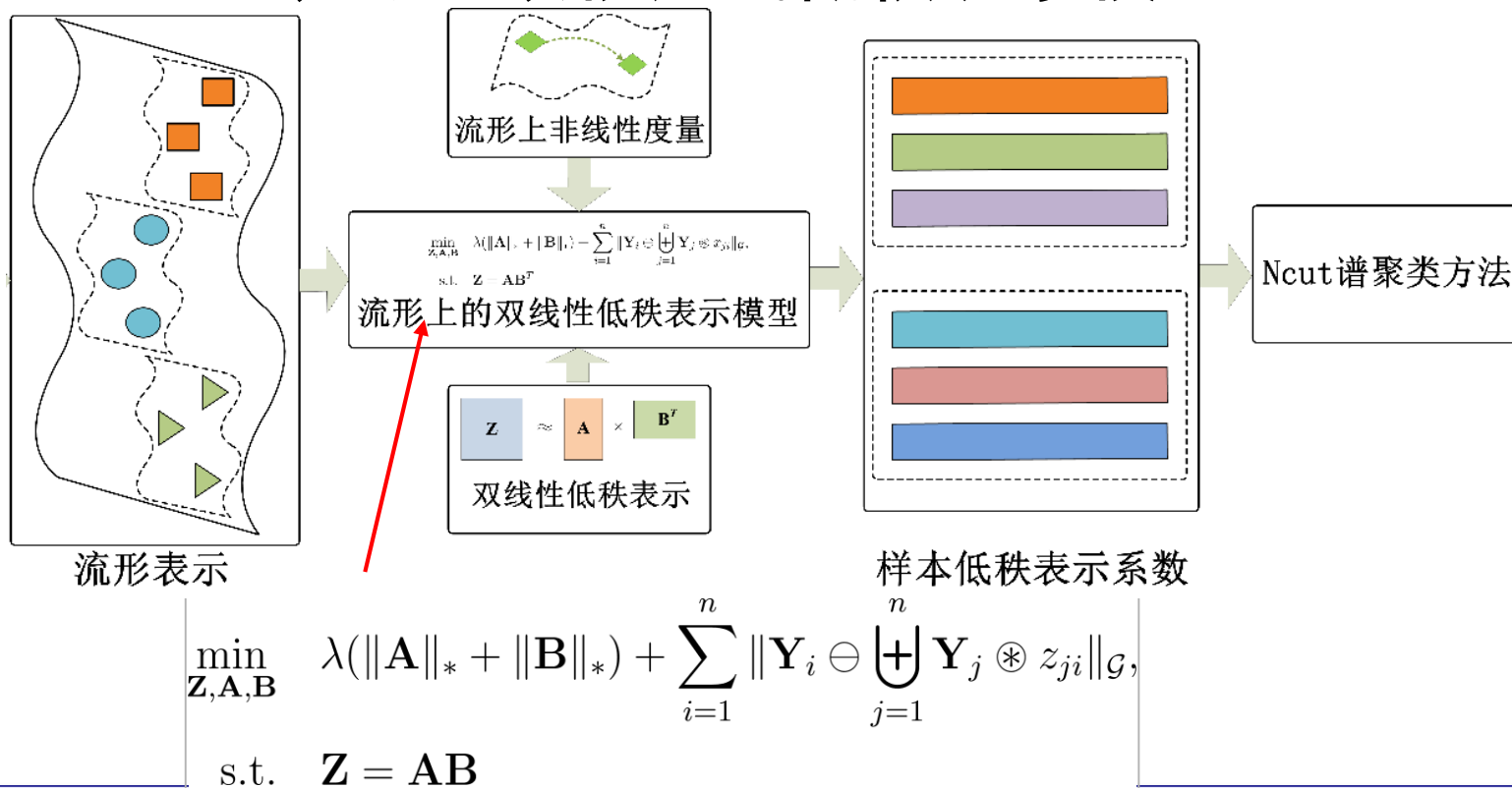


$$\min_{\mathbf{Z}, \mathcal{E}, \mathbf{C}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda_1 \|\mathcal{E}\|_F^2 + \lambda_2 \|\mathbf{C}\|_1 + \lambda_3 \|\mathbf{E}\|_F^2,$$

$$\text{s.t. } \mathcal{X} = \mathcal{X} \times_3 \mathbf{Z} + \mathcal{E}, \quad \mathbf{Z} = \mathbf{Z}\mathbf{C} + \mathbf{E}, \quad \text{diag}(\mathbf{C}) = 0,$$

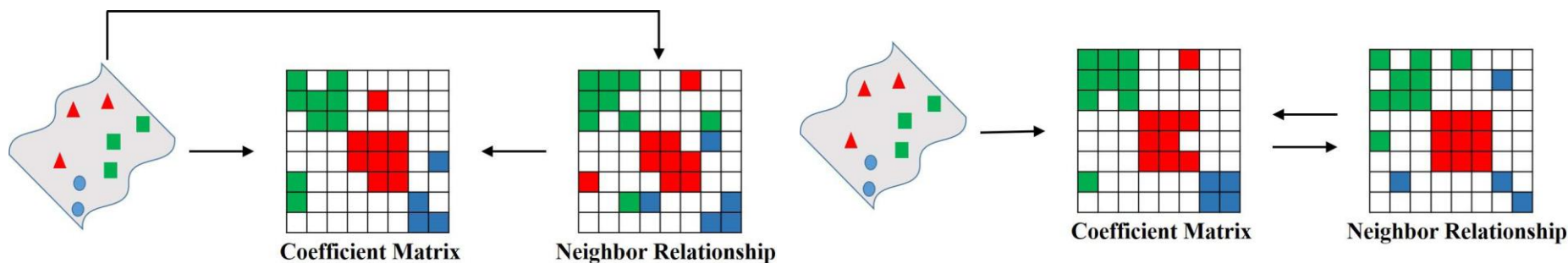
3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

Grassmann流形上双核范式低秩表示模型



3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型

- Grassmann流形上自适应构建邻接矩阵的低秩表示模型



(a) 邻居关系图

(b) 自适应邻居关系图

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathcal{E}, \mathbf{A}} \|\mathbf{Z}\|_{\ell} + \lambda_1 \|\mathcal{E}\|_F^2 + \lambda_2 \text{tr}(\mathbf{Z} \mathbf{L}_{\mathbf{A}} \mathbf{Z}^T) + \lambda_3 \|\mathbf{A}\|_F^2$$

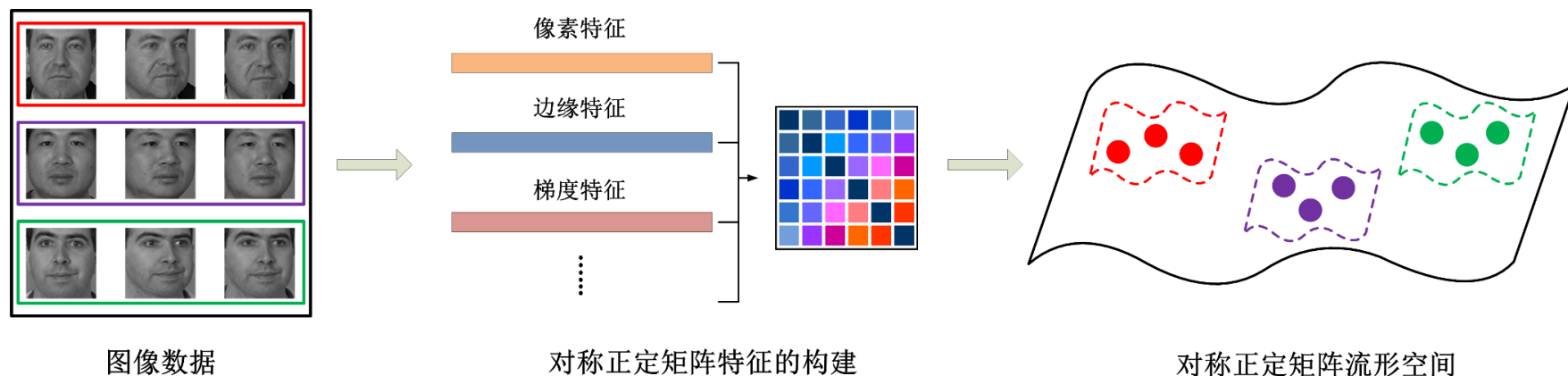
$$\text{s.t. } \mathcal{D} = \mathcal{D}_{\times_3} \mathbf{Z} + \mathcal{E}; \quad \mathbf{A}^T \mathbf{1} = \mathbf{1}; \quad \mathbf{A} \geq 0,$$

1. 背景
2. 稀疏低秩表示模型
3. 流形上的低秩表示模型
 - 3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型
 - 3.2 SPD流形上的低秩表示模型
 - 3.3 乘积流形上的低秩表示模型
4. 行为聚类应用

3.2 SPD流形上的低秩表示模型

- $d \times d$ 维 SPD流形可定义为：

$$\mathcal{S}_{++}^d = \{\mathbf{M} \in R^{d \times d} : \mathbf{u}^T \mathbf{M} \mathbf{u} > 0, \forall \mathbf{u} \in R^d - \{0_d\}\}.$$



- SPD流形表示的构造方法：

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \mu_{\mathbf{y}})(\mathbf{y}_i - \mu_{\mathbf{y}})^T,$$

3.2 SPD流形上的低秩表示模型

- SPD流形的几何性质和度量

给定两个SPD流形的样本点 $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 \in \mathcal{S}_{++}^d$, 则

1) SPD流形的仿射不变距离:

$$d_{AIM}(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2) = \|\log(\mathbf{Y}_1^{-1/2} \cdot \mathbf{Y}_2 \cdot \mathbf{Y}_1^{-1/2})\|_F,$$

2) SPD流形的指数和对数映射:

$$\begin{cases} \log(\mathbf{Y}) = \mathbf{R} \cdot \text{diag}(\log(\text{diag}(\boldsymbol{\Sigma}))) \cdot \mathbf{R}^T, \\ \exp(\mathbf{Y}) = \mathbf{R} \cdot \text{diag}(\exp(\text{diag}(\boldsymbol{\Sigma}))) \cdot \mathbf{R}^T, \end{cases}$$

3) SPD流形的Log-Euclidean距离:

$$\begin{aligned} d_{LEM}^2(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2) &= \|\mathbf{Y}_1^{-1} \odot \mathbf{Y}_2\|_{\log}^2 = \langle \mathbf{Y}_1^{-1} \odot \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_1^{-1} \odot \mathbf{Y}_2 \rangle_{\log} \\ &= \text{tr}(\log(\mathbf{Y}_1^{-1} \odot \mathbf{Y}_2)^T \log(\mathbf{Y}_1^{-1} \odot \mathbf{Y}_2)) \\ &= \text{tr}(\log(\mathbf{Y}_2)^T - \log(\mathbf{Y}_1)^T, \log(\mathbf{Y}_2) - \log(\mathbf{Y}_1)) \\ &= \|\log(\mathbf{Y}_2) - \log(\mathbf{Y}_1)\|_F^2, \end{aligned}$$

3.2 SPD流形上的低秩表示模型

- SPD流形上基于Log-Euclidean度量的低秩表示模型

$$\min_{\mathbf{Z}} \sum_{i=1}^N d_{LEM}^2(\mathbf{Y}_i, \bigoplus_{j=1}^N z_{ij} \otimes \mathbf{Y}_j) + \lambda \|\mathbf{Z}\|_*,$$



Log-Euclidean 距离

$$\min_{\mathbf{Z}} \sum_{i=1}^N \left\| \log(\mathbf{Y}_i) - \sum_{j=1}^N z_{ij} \log(\mathbf{Y}_j) \right\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{Z}\|_*,$$

$$\Delta = [\delta_{ij}]_{i=1, j=1}^N. \quad \delta_{ij} = \text{tr}(\log(\mathbf{Y}_i)^T \log(\mathbf{Y}_j))$$

$$\min_{\mathbf{Z}} \left\| \mathbf{Z} \Delta^{\frac{1}{2}} - \Delta^{\frac{1}{2}} \right\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{Z}\|_*.$$

3.2 SPD流形上的低秩表示模型

- SPD流形上基于核Log-Euclidean度量的近似双核范式低秩表示模型

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{X}} \lambda(f(\mathbf{A}) + f(\mathbf{B})) + \sum_{i=1}^n \|\mathbf{Y}_i \ominus \bigoplus_{j=1}^n \mathbf{Y}_j \circledast z_{ji}\|_{\mathcal{M}}, \quad \text{s.t. } \mathbf{Z} = \mathbf{A}\mathbf{B}^T$$

结合Log-Euclidean和高斯核函数

$$\kappa_{\text{GK-LogE}}(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2) = \exp(-\beta \|\log(\mathbf{Y}_1) - \log(\mathbf{Y}_2)\|_F^2)$$

定义 表示SPD样本点在核空间上的关联关系：

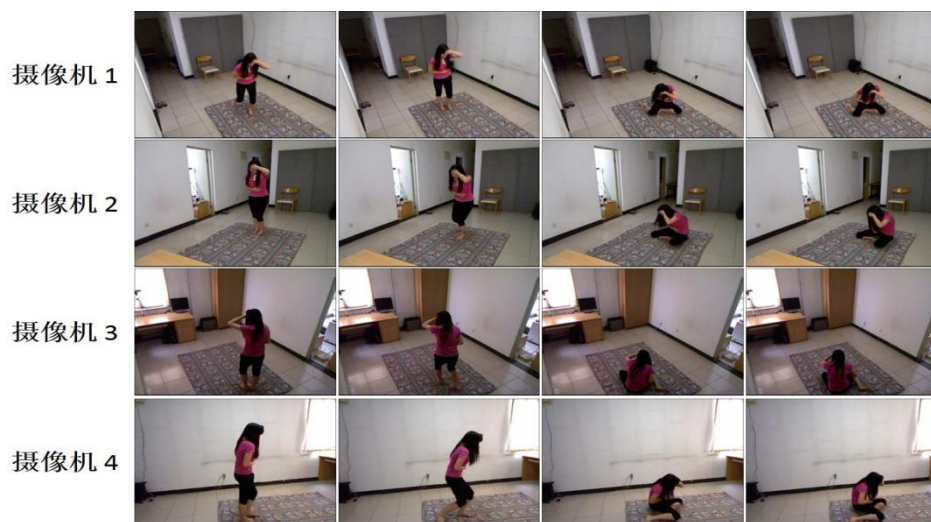
$$\mathbf{G} = [g_{ij}] = [\kappa_{\text{LogE}}(\mathbf{Y}_i, \mathbf{Y}_j)]$$

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{A}, \mathbf{B}} \lambda\left(\sum_{i=1}^r f(\sigma_i(\mathbf{A})) + \sum_{i=1}^r f(\sigma_i(\mathbf{B}))\right) + \text{tr}(\mathbf{Z}^T \mathbf{G} \mathbf{Z}) - 2\text{tr}(\mathbf{G} \mathbf{Z}), \quad \text{s.t. } \mathbf{Z} = \mathbf{A}\mathbf{B}^T$$

1. 背景
2. 稀疏低秩表示模型
3. 流形上的低秩表示模型
 - 3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型
 - 3.2 SPD流形上的低秩表示模型
 - 3.3 乘积流形上的低秩表示模型
4. 行为聚类应用

3. 3乘积流形上的低秩表示模型

• 多视数据



• 乘积流形上的低秩表示

$$[X] = \{X^1, \dots, X^M\}$$

$$\min_{\mathbf{Z}} \sum_{i=1}^N \left\| [\mathbf{X}_i] \ominus \left(\bigcup_{j=1}^N \mathbf{z}_{ij} \odot [\mathbf{X}_j] \right) \right\|_{PG} + \lambda \|\mathbf{Z}\|_*,$$

3. 3乘积流形上的低秩表示模型

- 乘积Grassmann流形上的低秩表示模型

$$[X] = \{X^1, \dots, X^M\}$$

$$X^m \in \mathcal{G}(p_m, d), m = 1, \dots, M$$

$$\mathcal{PG}_{d:p_1, \dots, p_M} = \mathcal{G}(p_1, d) \times \dots \times \mathcal{G}(p_M, d)$$

$$d_{\mathcal{PG}}([X], [Y])^2 = \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \|X^m (X^m)^T - Y^m (Y^m)^T\|_F^2.$$

$$\min_{\mathbf{E}, \mathbf{Z}} \|\mathbf{E}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{Z}\|_* \quad \text{s.t.} \quad \mathcal{X} = \mathcal{X} \times_4 \mathbf{Z} + \mathbf{E}.$$

3. 3乘积流形上的低秩表示模型

- 数据局部几何特征的Laplacian约束

低秩表示系数构建的相似度应该与原始数据的相似度保持一致，

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_F^2 + \beta \sum_{i,j} \|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\|_2^2 w_{ij} \quad \text{s.t.} \quad \mathcal{X} = \mathcal{X}_{\times_4} \mathbf{Z} + \mathbf{E}$$

$$\sum_{i,j} \|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\|_2^2 w_{ij} = 2\text{tr}(\mathbf{Z}^T \mathbf{L} \mathbf{Z}),$$

其中，拉普拉斯约束矩阵 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{W}$ ，则目标函数：

$$\min_{\mathbf{E}, \mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_F^2 + 2\beta \text{tr}(\mathbf{Z} \mathbf{L} \mathbf{Z}^T), \quad \text{s.t.} \quad \mathcal{X} = \mathcal{X}_{\times_4} \mathbf{Z} + \mathbf{E}.$$

3. 3乘积流形上的低秩表示模型

- 一般乘积流形上的低秩表示模型

$$[X] = \{X^1, \dots, X^M\}$$

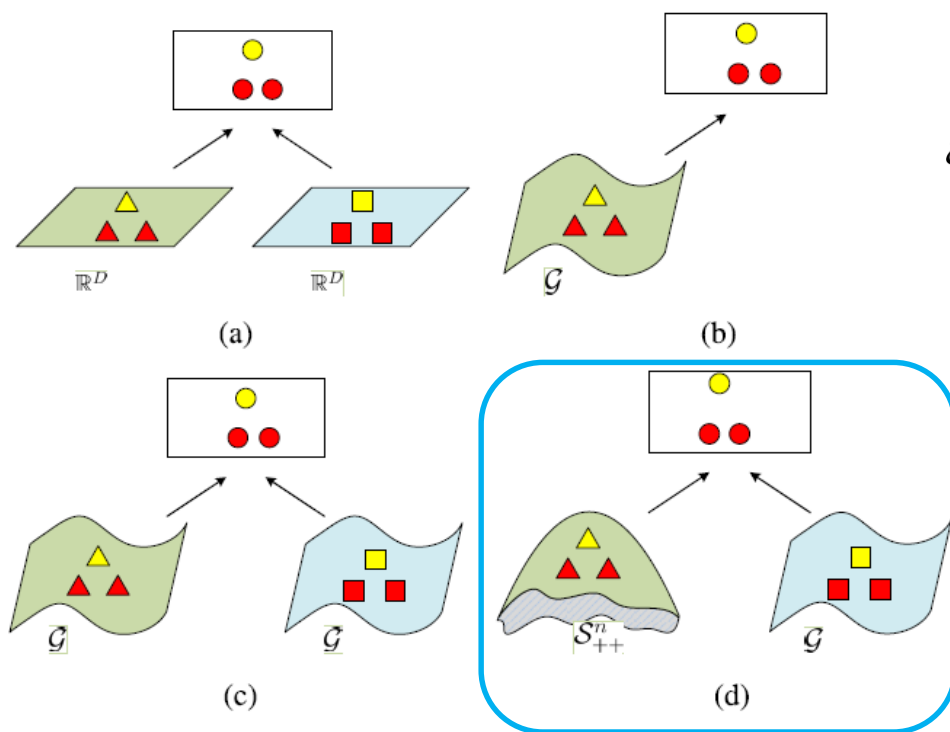
其中, 因子流形可以是同构的, 也可以是异构的

$$\min_{\mathcal{E}, \mathbf{Z}, \mathbf{w}} \sum_{m=1}^M w_m \|\mathcal{E}^m\|_{\mathcal{M}_m}^2 + \lambda \|\mathbf{Z}\|_*, \quad \text{s.t.} \quad \mathcal{X}^m = \mathcal{X}^m \times_{q_m} \mathbf{Z} + \mathcal{E}^m,$$

其中, w_v 是不同流形的权重。

3. 3乘积流形上的低秩表示模型

• 异构乘积流形上的低秩表示模型



$$\min_{\mathcal{E}, \mathbf{Z}, \mathbf{w}} \sum_{m=1}^M w_m \|\mathcal{E}^m\|_{\mathcal{M}_m}^2 + \lambda \|\mathbf{Z}\|_*,$$

$$\text{s.t. } \mathcal{X}^m = \mathcal{X}^m \times_{q_m} \mathbf{Z} + \mathcal{E}^m$$

$$w_m = \frac{1}{2\sqrt{\|\mathcal{E}^m\|_{\mathcal{M}_m}^2}}.$$

1. 背景
2. 稀疏低秩表示模型
3. 流形上的低秩表示模型
 - 3.1 Grassmann流形上的低秩表示模型
 - 3.2 SPD流形上的低秩表示模型
 - 3.3 乘积流形上的低秩表示模型
4. 行为聚类应用

4. 行为聚类应用

- Grassmann流形上的聚类：数据表示

提取前个 p 左奇异向量得到正交矩阵 $\mathbf{X} = \mathbf{U}(:, 1:p)$



对原始数据矩阵进行SVD分解 $\mathbf{Y} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}$



向量化得到原始数据矩阵 $\mathbf{Y}$



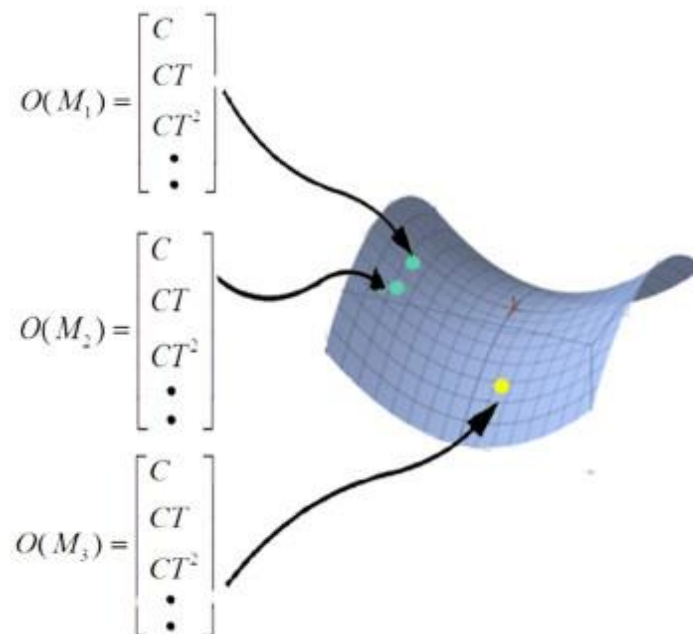
4. 行为聚类应用

- Grassmann流形上的聚类：数据表示

线性动态系统（Linear Dynamic System）

$$\begin{cases} y(t) = Cs(t) + w(t) \\ s(t+1) = Ts(t) + v(t) \end{cases}$$

$$[C^T, (CT)^T, \dots, (CT^{L-1})^T]^T \in \mathbb{R}^{dL \times p}$$

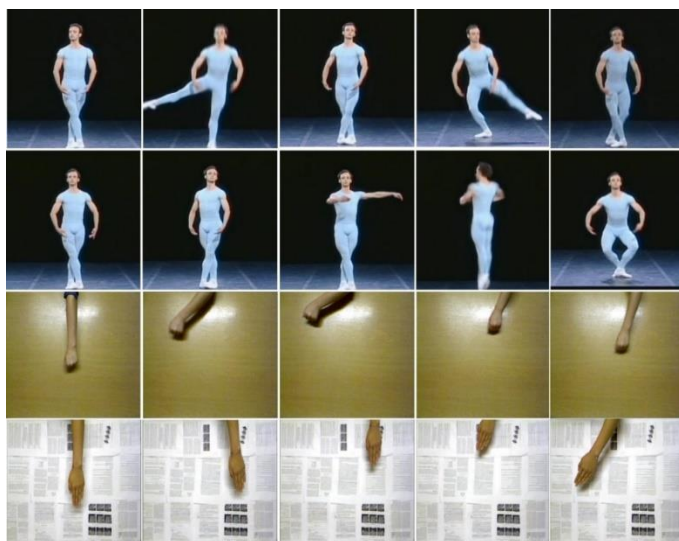


4. 行为聚类应用

- Grassmann流形上的聚类
- 动作行为聚类（单视）

Ballet库由713段视频序列构成，包含3个人的8种复杂的芭蕾动作。

SKIG库由1080段RGB-D视频序列构成，包含6个人的10种手势。



Methods	Ballet	SKIG
LRR	0.2819	-
SSC	0.2903	-
SMCE	0.5105	0.4611
LS3C	0.4222	0.4148
SLRR	0.5316	0.3907
SCGSM	0.5877	0.3704
GLRR-F	0.5905	0.5056
LGLRR	0.6087	0.5185

4. 行为聚类应用

- 同构乘积流形上的聚类（多视）
 - 1) 东直门行为数据库

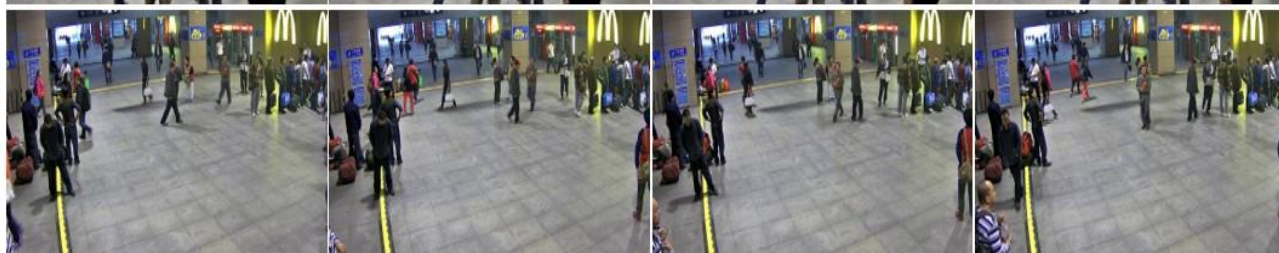
摄像机 1



摄像机 2



摄像机 3



4. 行为聚类应用

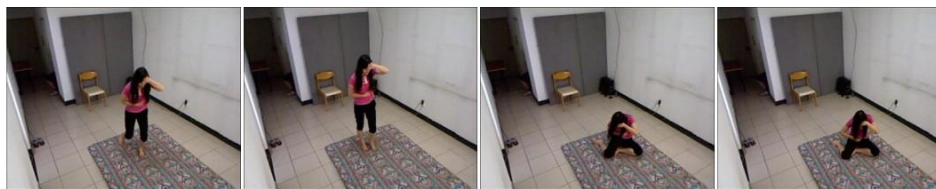
- 同构乘积流形上的聚类（多视）
 - 1) 东直门行为数据库

Methods	Camera Numbers 3	2
PGLRR	0.8352	0.9176
LapPGLRR	0.8352	0.9176
GLRR-F	0.7912	0.7912
SCGSM	0.6264	0.6648
SMCE	0.6154	0.4890
LS3C	0.4890	0.4890
LRR+IDT	0.5824	0.5659
K-means+IDT	0.6758	0.6758
SPC+IDT	0.4176	0.3187
LRR+LBP-TOP	0.7802	0.7802
K-means+LBP-TOP	0.5275	0.7588
SPC+LBP-TOP	0.4176	0.4176

4. 行为聚类应用

- 同构乘积流形上的聚类（多视）
2) 多视角行为数据库-ACT42

摄像机 1



摄像机 2



摄像机 3



摄像机 4



4. 行为聚类应用

- 同构乘积流形上的聚类
- 2) 多视角行为数据库-ACT42

Methods	Cluster Numbers	14	7
PGLRR		0.4745	0.7687
LapPGLRR		0.4728	0.7823
GLRR-F		0.4575	0.6701
SCGSM		0.3656	0.4966
SMCE		0.4507	0.5748
LS3C		0.4422	0.5442
LRR+IDT		0.3425	0.3374
K-means+IDT		0.3333	0.4479
SPC+IDT		0.1446	0.2883
LRR+LBP-TOP		0.1446	0.2483
K-means+LBP-TOP		0.1327	0.2177
SPC+LBP-TOP		0.1429	0.1429

4. 行为聚类应用

- 同构乘积流形上的聚类（多视）
 - 3) 多视手部动作数据库SKIG

视角 1



视角 2



视角 3



4. 行为聚类应用

- 同构乘积流形上的聚类（多视）
 - 3) 多视手部动作数据库SKIG

Methods	Data Type	light+depth	light+dark	dark+depth	light+dark+depth
PGLRR		0.5907	0.6000	0.6833	0.6315
LapPGLRR		0.6537	0.6870	0.6981	0.6685
GLRR-F		0.5685	0.5185	0.6148	0.5944
SCGSM		0.4093	0.4667	0.5056	0.4296
SMCE		0.4481	0.4130	0.6389	0.5796
LS3C		0.4907	0.3722	0.6333	0.5833
LRR+IDT		0.5463	0.5963	0.6019	0.5963
K-means+IDT		0.4685	0.4759	0.6426	0.5407
SPC+IDT		0.1000	0.2000	0.2000	0.4000
LRR+LBP-TOP		0.222	0.2167	0.2352	0.2056
K-means+LBP-TOP		0.1704	0.1444	0.1870	0.1626
SPC+LBP-TOP		0.1000	0.2000	0.1000	0.1009

4. 行为聚类应用

- 异构乘积流形上的聚类（多视）

Methods	Input data for different methods
LogELRR	$\mathbf{X} \in \mathcal{S}_{++}^d$
KSSCR	$\mathbf{X} \in \mathcal{S}_{++}^d$
SCGSM	$\mathbf{X} \in \mathcal{G}(p, d)$
FGLRR	$\mathbf{X} \in \mathcal{G}(p, d)$
PGLRR ^a	$\mathbf{X}^1, \mathbf{X}^2 \in \mathcal{G}(p, d)$ base on Hog and Gabor features, respectively.
PGLRR ^b	$\mathbf{X}^1 \in \mathcal{S}_{++}^n$ and $\mathbf{X}^2 \in \mathcal{G}(p, d)$
AFHM	$\mathbf{X}^1 \in \mathcal{S}_{++}^n$ and $\mathbf{X}^2 \in \mathcal{G}(p, d)$

4. 行为聚类应用

- 异构乘积流形上的聚类（多视）

	Methods	UCF Sport	Ballet	
Single	SCGSM	52.67	47.16	
	LogELRR	65.33	33.31	
	KSSCR	52.00	34.14	
	FGLRR	72.67	59.90	
Multiple	PGLRR ^a	70.67	49.38	
	PGLRR ^b	66.00	37.40	
Proposed	AFHM	74.67	60.80	

4. 聚类应用

• 其它聚类应用



DynTex++



Feret



Traffic Highway



ETH80

下一步的工作

- 流形上的学习 vs. 流形学习
- 异构跨模态的流形低秩表示模型
- 流形上的深度低秩表示模型
- 基于图网络的流形低秩表示模型



主要合作者



Dr. Boyue Wang
wby@bjut.edu.cn



Dr. Xinglin Piao
piaoxl@pcl.ac.cn



Prof. Yanfeng Sun
yfsun@bjut.edu.cn



Prof. Baocai Yin
ybc@bjut.edu.cn



Prof. Junbin Gao
junbin.gao@sydney.edu.au





谢谢关注！
敬请指正！

胡永利

huyongli@bjut.edu.cn

