

专题综述

二次高斯泼溅：基于二阶几何基元的高质量表面重建

张子钰¹ 黄彬彬² 姜翰青³ 周立阳³ 项骁骏³ 申抒含¹
¹中国科学院自动化研究所 ²香港大学 ³商汤科技

本文是中国科学院自动化研究所、香港大学和商汤科技合作研究的成果，发表于ICCV 2025的工作二次高斯泼溅 (Quadratic Gaussian Splatting, QGS) [1]。论文研究的问题是如何设计新型高斯泼溅基元来实现高质量的几何重建以及高保真的渲染。该任务要求使用高斯泼溅模型[7]重建室内外场景，恢复逼真的外观，并提取场景的三角网格。我们针对该问题提出了QGS，QGS用可形变的二次曲面基元（如椭圆、抛物曲面）替代传统静态的平面高斯基元，使单个基元即可刻画复杂曲率，从而在保持渲染效率的同时减少基元数量与显存占用。与以往利用欧氏距离建模密度不同，QGS采用基于测地距离的密度分布，使密度权重随曲率内在自适应，并在形变过程中（例如由平面圆盘过渡到弯曲抛物面）保持一致性。论文给出了二次曲面上测地距离的闭式解，并结合快速的光线—二次曲面相交，实现面感知的泼溅管线：在相同细节下，过去需要数十个平面基元的区域可由极少量二次基元表示，如图1所示。实验在DTU[2]、

Tanks and Temples[3]、MipNeRF360[4]等数据集上表明，QGS在几何重建上达到最先进水平：在DTU上相对2DGS[5]的倒角距离降低33%，相对GOF[6]降低27%；同时保持与主流方法相当的外观质量，在几何精度与视觉保真之间取得平衡。消融实验验证了测地距离建模、闭式解以及二次曲面参数化对性能的贡献，并证明该表示与现有的优化框架、正则项和可微渲染器兼容，可直接替换传统平面基元表示；同时支持与法线约束、深度先验和遮挡一致性等多种几何信号联合优化，具有良好扩展性与工程可落地性。潜在局限包括在极度复杂的拓扑或大尺度场景中需要更精细的初始化与层次化调度，未来可结合自适应分辨率与学习型参数化进一步提升效率与泛化能力。

一、研究背景

近年来，随着人工智能与传感技术的快速迭代，三维重建已成为计算机视觉与图形学交叉领域的前沿课

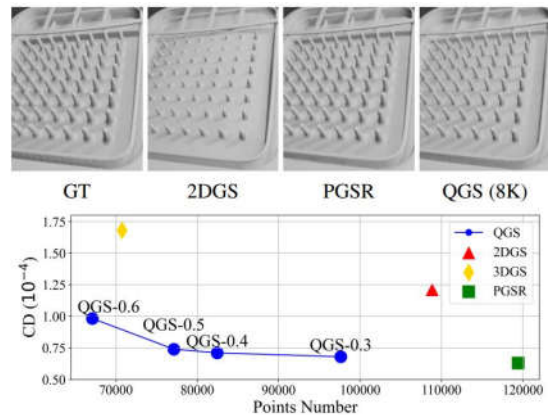
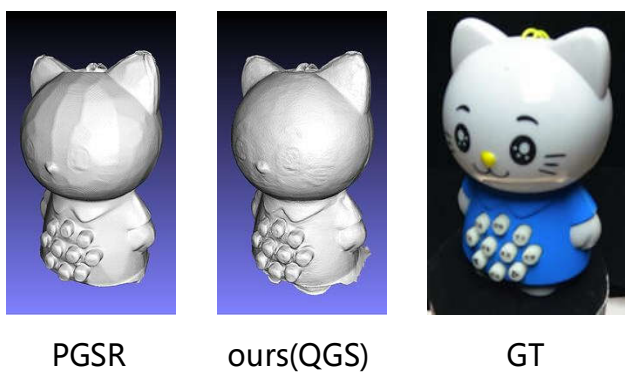


图1 本文所提出的二次曲面高斯泼溅与平面基元方法的对比。结果表明，QGS在使用更少基元的前提下获得更高的重建精度，尤其在高曲率区域能够恢复更连续、更贴合的表面；同时该表示具备良好的可扩展性与应用潜力。

题，其核心目标是在真实场景中重建兼具高几何精度与视觉真实感的三维模型。高斯泼溅方法^[7]近年在室内外建模中展现出广泛适用性与优异效率，但多数工作将高斯基元建模为椭圆平面圆盘。作为一阶几何近似，平面圆盘的表达能力受限：面对高曲率结构，需要显著增密基元采样，既加重显存与存储开销，也带来渲染时延与优化不稳定等问题。

本文将椭圆圆盘的表示扩展为更一般的二次型框架。具体而言，我们用隐函数表示基元为曲面形式：

$$f(x, y, z) = (x, y, z, 1)^T Q(x, y, z, 1) = 0$$

其中 Q 描述了曲面的形状，当 Q 的惯性指数为 $(1,1,0,0)$ 时，隐函数表达为平面结构；当惯性指数为 $(1,1,-1,0)$ 时，隐函数表达为双曲面结构。因此该表示推广了三维高斯椭球基元，并将二维高斯圆盘作为特例纳入，同步实现对更高阶曲面的自适应。

二、QGS方法介绍

2.1 前言：高斯泼溅

Kerbl^[7]等人提出使用三维高斯椭球来表达场景，并使用体渲染泼溅算法渲染图像：

$$C(\mathbf{p}) = \sum_{i=0}^{N-1} G_i(\mathbf{p}) \alpha_i c_i \prod_{j=0}^{i-1} (1 - G_j(\mathbf{p}) \alpha_j)$$

其中， α_i 表示基元的不透明度， c_i 表示高斯基元通过球谐系数（Spherical Harmonic, SH）建模的颜色， \mathbf{p} 是

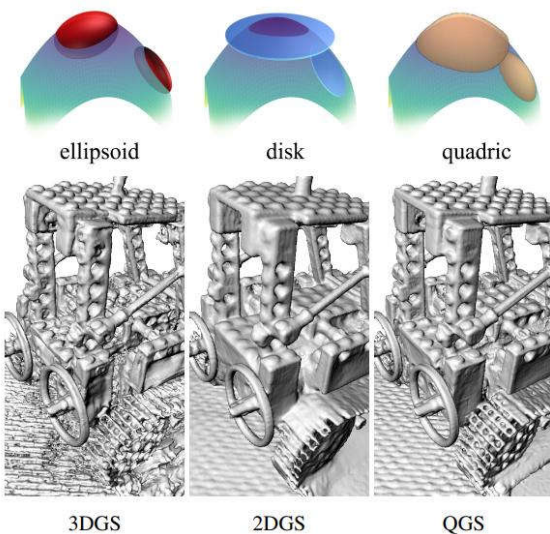


图2 不同基元拟合表面示意图以及重建结果

像素坐标。最终，通过光度一致性损失优化高斯椭球。

随后，2DGS^[5]提出使用二维高斯圆盘表征场景，并在引入法线一致性正则化损失后，结合深度图融合算法能够提取场景的三角网格。然而，平面圆盘面元仅仅是对场景表面的一阶线性近似，在高曲率区域容易产生过度平滑的重建，如图2所示。为了提升基元的几何拟合能力，我们提出使用将平面面元推广为二次曲面基元。我们接下来分三节介绍：其一，提出统一的二次曲面表征形式，采用二次型隐式参数化并兼顾可微渲染；其二，在二次曲面上构建基于测地距离的高斯分布，使密度与局部曲率一致，避免欧氏度量导致的失真；其三，设计面向重建与渲染的联合优化策略，实现几何与外观质量的协同提升。

2.2 二次曲面表征

给定齐次空间下的齐次坐标点 $\mathbf{x} = [x, y, z, 1]^T \in \mathbb{R}^3$ 一个空间的二次曲面可表示为：

$$f(x, y, z) = [x, y, z, 1] \begin{bmatrix} A & B & C & D \\ B & E & F & G \\ C & F & H & I \\ D & G & I & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \hat{\mathbf{x}}^T \begin{bmatrix} \frac{d_{11}}{s_1^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d_{22}}{s_2^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{d_{33}}{2s_3} \\ 0 & 0 & -\frac{d_{33}}{2s_3} & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

$$= \frac{d_{11}}{s_1^2} \hat{x}^2 + \frac{d_{22}}{s_2^2} \hat{y}^2 - \frac{d_{33}}{s_3} \hat{z} = 0$$

其中 $\hat{\cdot}$ 表示高斯局部坐标系（参数坐标系）下的坐标。式中 $d_{ii} \in \{0, \pm 1\}$ 用于控制抛物面的类型，决定其为椭圆抛物面、双曲抛物面或平面。然而，由于 d_{ii} 取值为离散变量，该表示形式无法在椭圆抛物面与双曲抛物面之间实现连续过渡。为此，我们在该参数上引入带符号的连续尺度因子：

$$f(x, y, z) = \frac{\text{sign}(s_1)}{s_1^2} \hat{x}^2 + \frac{\text{sign}(s_2)}{s_2^2} \hat{y}^2 - \frac{1}{s_3} \hat{z} = 0$$

通过构建符号因子： $s(x, t) = \tanh(t) \cdot \exp(x)$ ，使得基元尺度既能在正负方向上连续变化，又能保持可微性，从而实现椭圆抛物面与双曲抛物面之间的平滑过渡。

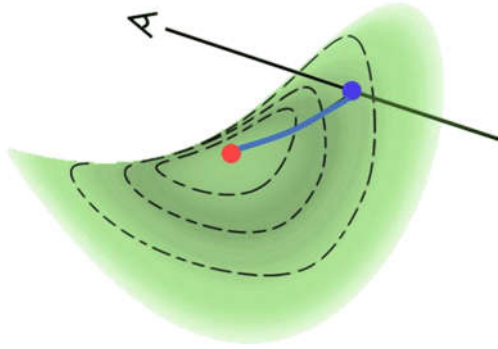


图3 基于测地度量的高斯分布示意图

2.3 基于测地度量的高斯分布

将高斯分布的中心定义在二次曲面的中心，则曲面上任一点到中心的测地距离可定义为一条二次曲线的弧线长，如图3中蓝色粗线所示：

$$l(a, \rho_0) = \int_0^{\rho_0} \sqrt{1 + (2at)^2} dt$$

$$= \frac{\ln(\sqrt{(2a\rho_0)^2 + 1} + 2a\rho_0) + 2a\rho_0\sqrt{(2a\rho_0)^2 + 1}}{4a}$$

其中 a 为该点所在二次曲线的二次项系数， ρ_0 为该点所在极坐标系下的极线长度。然后，我们定义该点所在方向上的高斯分布标准差为：

$$\sigma_0(\theta_0) = \frac{s_1 s_2}{\sqrt{(s_2 \cos \theta_0)^2 + (s_1 \sin \theta_0)^2}}$$

于是，对于曲面上任一点，我们可以定义其高斯分布函数值为：

$$G(\hat{\mathbf{p}}_0(\theta_0, \rho_0)) = \exp\left(-\frac{(l(a(\theta_0), \rho_0))^2}{2(\sigma(\theta_0))^2}\right)$$

需要注意的是，当 $|s_3| \rightarrow 0$ 时，二次抛物面的表达形式将退化为一个平面。进一步地，根据极限关系 $\ln(1+x) \sim x$ （当 $x \rightarrow 0$ 时成立）。可知在 $|s_3| \rightarrow 0$ 的情况下，有 $a \rightarrow 0$ ，从而测地距离 $l \rightarrow \rho_0$ ，这意味着，当抛物面逐渐平坦化时，表面上的测地距离将渐近于欧氏距离。换言之，传统的2DGS可被视为本方法在平面极限下的一种退化形式。

2.4 对于二次曲面基元的优化策略

在传统3DGS^[7]与2DGS^[5]中，高斯椭球与高斯圆盘均属于封闭式几何表达，因此可以方便地在图像空间

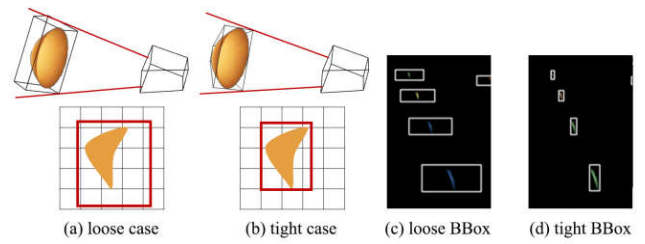


图4 矩形包围盒与截台包围盒对比图

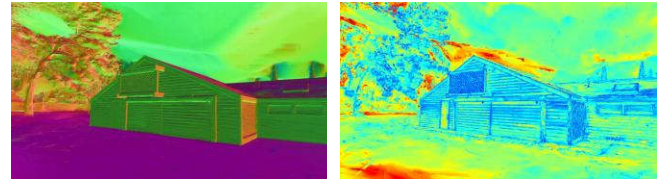


图5 QGS渲染的法线图（左）和曲率图（右）曲率图中颜色越偏蓝表示曲率越大，表面越弯曲。

中计算其主轴对应的包围盒。然而，本研究所提出的二次曲面基元包含凹凸曲面及鞍面等开放式形态，使得其在预处理阶段的可见区域计算变得更加复杂。为此，我们提出了一种截台型的包围盒，以减少无用的渲染区域，如图4所示。相比简单的矩形包围盒，截台包围盒能提升两倍的渲染速度。

另一方面，由于二次曲面是一种对场景的二阶拟合，因此除了常规的颜色、深度以及法线外，QGS也能渲染出场景的曲率信息。为了简化说明，二次曲面的表达方程可以写为 $\hat{z} = \lambda_1 \hat{x}^2 + \lambda_2 \hat{y}^2$ ，则二次曲面上任意一点的高斯曲率可解析算出：

$$\hat{K}_0(\hat{\mathbf{p}}_0) = \frac{4\lambda_1\lambda_2}{(1 + 4\lambda_1^2\hat{x}_0^2 + 4\lambda_2^2\hat{y}_0^2)^2}$$

通过阿尔法混合技术，我们可以对给定视角渲染法线图与曲率图，如图5所示。

$$\{\mathbf{N}, \mathbf{K}\} = \sum_{i=0}^{N-1} G_i \alpha_i \prod_{j=0}^{i-1} (1 - G_j \alpha_j) \{\mathbf{n}_i, \hat{K}_i\}$$



图6 传统质心排序（左）、逐瓦片排序（中）与逐像素重排序（右）机制下的法线图对比结果

CD (mm)↓	24	37	40	55	63	65	69	83	97	105	106	110	114	118	122	Mean	Time
NeuS	1.00	1.37	0.93	0.43	1.10	0.65	0.57	1.48	1.09	0.83	0.52	1.20	0.35	0.49	0.54	0.84	>12h
VolSDF	1.14	1.26	0.81	0.49	1.25	0.70	0.72	1.29	1.18	0.70	0.66	1.08	0.42	0.61	0.55	0.86	>12h
Neuralangelo	0.37	0.72	0.35	0.35	0.87	0.54	0.53	1.29	0.97	0.73	0.47	0.74	0.32	0.41	0.43	0.61	>128h
3DGS	2.14	1.53	2.08	1.68	3.49	2.21	1.43	2.07	2.22	1.75	1.79	2.55	1.53	1.52	1.50	1.96	11.2min
Gaussian surfels	0.66	0.93	0.54	0.41	1.06	1.14	0.85	1.29	1.53	0.79	0.82	1.58	0.45	0.66	0.53	0.88	6.7min
SuGaR	1.47	1.33	1.13	0.61	2.25	1.71	1.15	1.63	1.62	1.07	0.79	2.45	0.98	0.88	0.79	1.33	1h
2DGS	0.48	0.91	0.39	0.39	1.01	0.83	0.81	1.36	1.27	0.76	0.70	1.40	0.40	0.76	0.52	0.80	19.2min
GOF	0.50	0.82	0.37	0.37	1.12	0.74	0.73	1.18	1.29	0.68	0.77	0.90	0.42	0.66	0.49	0.74	1h
GSDF	0.59	0.94	0.46	0.38	1.30	0.77	0.73	1.59	1.29	0.76	0.59	1.22	0.38	0.52	0.51	0.80	32min
GS-pull	0.51	0.56	0.46	0.39	0.82	0.67	0.85	1.37	1.25	0.73	0.54	1.39	0.35	0.88	0.42	0.75	22min
Ours w/o MV	0.46	0.76	0.40	0.38	0.92	0.80	0.76	1.25	0.95	0.67	0.62	1.20	0.38	0.60	0.47	0.71	25min
PGSR	0.40	0.60	0.39	0.37	0.78	0.59	0.53	1.18	0.67	0.63	0.48	0.62	0.34	0.42	0.39	0.56	40min
Ours	0.38	0.62	0.37	0.38	0.75	0.55	0.51	1.12	0.68	0.61	0.46	0.58	0.35	0.41	0.40	0.54	48min

表 1 神经辐射场方法与高斯泼溅方法在 DTU 数据集上的几何定量对比，其中前三行为辐射场方法，后十行为高斯泼溅方法，最优结果用红色标出，次优结果用棕色标出，次次优结果用黄色标出。

在深度渲染方面，2DGS 提出使用中值深度进行深度图融合，即在进行阿尔法混合时，选取透射率达到 0.5 时对应的高斯基元交点深度作为像素的最终深度。该策略能够在一定程度上缓解体渲染中的深度偏差问题，从而获得更为准确的几何深度。然而，中值深度对渲染顺序极为敏感。当同一瓦片下的所有像素共享相同的渲染顺序，而各像素在混合过程中对应的中值深度不同步时，会导致多视角下的深度结果不一致，表现为条纹状伪影，如为解决这一问题，我们进一步拓展了 StopThePop^[8] 中的逐瓦片排序与逐像素重排序机制到基于二次曲面基元的渲染管线中。具体而言，对于每个 16×16 像素的瓦片，我们选取距离二次曲面中心点投影点最近的像素所对应的视线，计算其与曲面的交点深度，并将该深度作为该瓦片的全局深度，用于后续瓦片级的全局排序。如图 6 所示，该策略能够有效消除条纹状不一致现象，但由于每个瓦片仅采用一条光线进行近似，仍会引入轻微的块状伪影。

为进一步提升一致性，我们借鉴 StopThePop 的思路，在瓦片排序的基础上增加了逐像素的局部重排序。具体做法是：在计算每个高斯基元的深度、法线及其他属性后，不是立即进行阿尔法混合，而是将这些属性暂存于长度为 8 的缓冲区中。当缓冲区填满后，从中选择距离相机最近的高斯进行混合更新，从而保证局部排序的精确性。同时为了在反向传播时保持与前向一致的传播顺序，我们将由远到近的梯度递归公式改写为由近到远的梯度递归公式：

$$\frac{\partial \hat{X}}{\partial \bar{\alpha}_i} = \left(X_i - \frac{\hat{X} - \sum_{j=0}^i X_j \bar{\alpha}_j T_j}{T_{i+1}} \right) T_i$$

最后，我们使用光度一致性损失、法线一致性损失、深度畸变损失和多视一致性正则化损失进行优化：

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_c + \lambda_d \mathcal{L}_d + \lambda_n \mathcal{L}_{Kn} + \lambda_{MV} \mathcal{L}_{MV}$$

三、实验结果

3.1 定量对比

本方法的完整渲染与优化管线均在 CUDA 核函数上实现。实验在三个主流公开数据集上进行，包括

FI-Score ↑	Geo-NeuS	N-angelo	2DGS	GOF	Ours w/o MV	PGSR	Ours
Barn	0.33	0.70	0.41	0.51	0.46	0.52	0.55
Caterpillar	0.26	0.36	0.24	0.41	0.32	0.38	0.40
Courthouse	0.12	0.28	0.16	0.28	0.26	0.26	0.28
Ignatius	0.72	0.89	0.52	0.68	0.79	0.77	0.81
Meetingroom	0.20	0.32	0.17	0.28	0.25	0.29	0.31
Truck	0.45	0.48	0.45	0.58	0.60	0.62	0.64
Mean	0.35	0.50	0.33	0.46	0.45	0.47	0.50
Time	>24h	>127h	34min	114min	43min	66min	75min

表 2 神经辐射场方法与高斯泼溅方法在 TNT 数据集上的几何定量对比

	Indoor scenes			Outdoor scenes		
	PSNR↑	SSIM↑	LPIPS↓	PSNR↑	SSIM↑	LPIPS↓
NeRF	26.84	0.790	0.370	21.46	0.458	0.515
Deep Blending	26.40	0.844	0.261	21.54	0.524	0.364
i-NGP	29.15	0.880	0.216	22.90	0.566	0.371
Mip-NeRF360	31.72	0.917	0.180	24.47	0.691	0.283
3DGS	30.52	0.921	0.199	24.45	0.728	0.240
SuGar	29.44	0.911	0.216	22.76	0.631	0.349
2DGS	30.39	0.924	0.182	24.33	0.709	0.284
GOF	30.80	0.928	0.167	24.76	0.742	0.225
Ours w/o MV	30.48	0.926	0.166	24.56	0.724	0.239
PGSR	30.35	0.924	0.176	24.29	0.718	0.236
Ours	30.45	0.919	0.184	24.32	0.706	0.242

表 3 神经辐射场方法与高斯泼溅方法在 Mip-NeRF 360 数据集上的外观定量对比

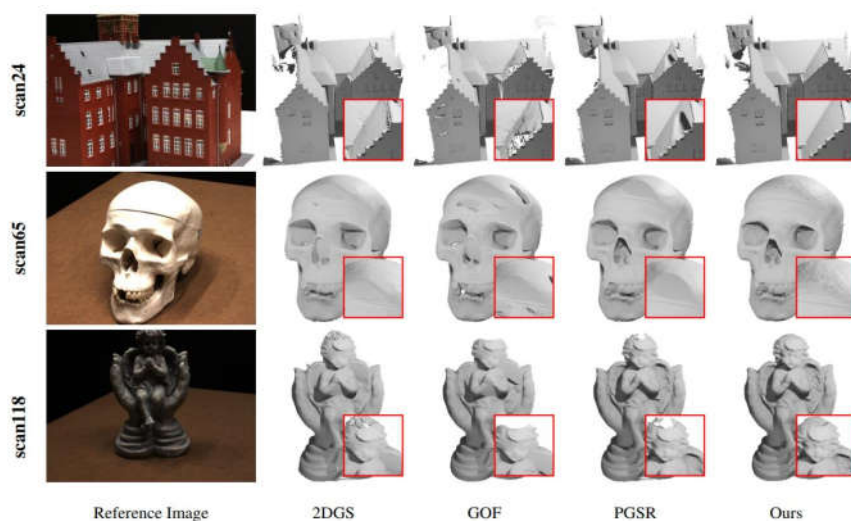


图7 本方法与先进表面重建方法在 DTU 数据集上的定性对比结果

DTU[2]、Tanks and Temples[3] 以及 Mip-NeRF 360[4]，涵盖了从室内小场景到复杂室外大场景的多种重建场景类型。在定量评估中，我们采用几何精度指标 Chamfer Distance (CD)与 F1 Score 来衡量重建网格的几何质量，同时使用外观指标 PSNR、SSIM 与 LPIPS 评估渲染图像的感知质量与一致性。为了全面验证本方法的有效性，我们与当前主流的神经辐射场类方法以及高斯泼溅类方法进行了系统对比。为了公平地比较曲面面元与平面面元的优劣，我们在所有的实验中都对比了使用或者不使用多视几何一致正则化的二次曲面基元方法，以全面地评估。我们将不使用多视几何一致正则化的方法记为 Ours w/o MV，使用了的记为 Ours。

在表 1 中，我们在 DTU 数据集上使用 CD 定量对比了本方法与神经辐射场类方法以及高斯泼溅类方法。

本方法在 DTU 数据集上全面超过了以往的方法，并且训练时间也在前列。进一步地，即使在不使用多视几何一致正则化的方法中，本方法也超过了其他方法并有着有竞争力的训练速度。在表 2 中，我们在 TNT 数据集上通过 F1 Score 定量对比了本方法与其他方法。在表 3 中，我们在 Mip-NeRF 360 数据集上通过 PSNR, SSIM, LPIPS 评比了本方法与其他方法。在应用了多视几何一致正则后，本方法的渲染效果会有下降，但与其他方法相比，本方法依然能保持前列。

3.2 定性对比

图 7 展示了本方法和最先进高斯泼溅类方法的定性比较，结果显示本方法所提出的二次曲面基元能拟合更复杂的几何细节，并对弱纹理的高曲率区域有更佳的重

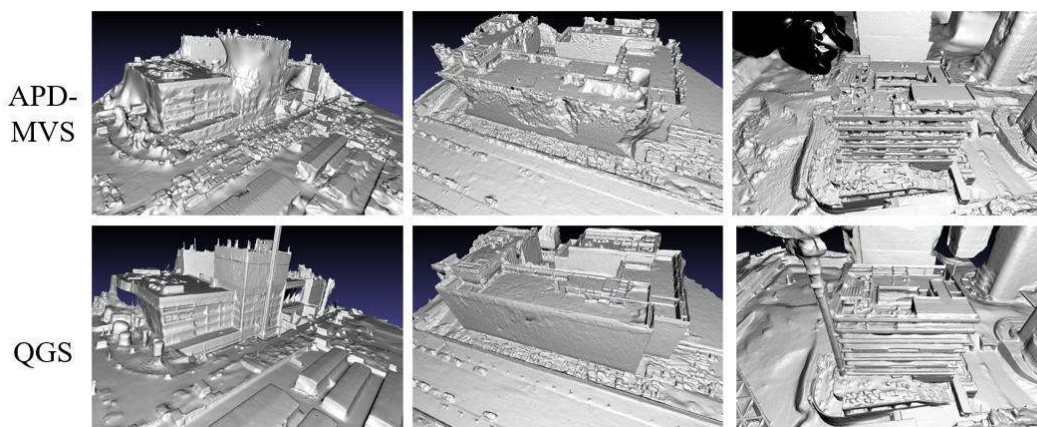


图8 本方法与几何方法 APD-MVS^[9]在室外建筑场景的定性对比结果

建效果。图 8 展示了在大规模复杂场景下，本方法与传统几何方法 APD-MVS^[9]的定性对比，结果说明本方法对弱纹理、细长区域的重建更完整，且整体网格更平滑。

四、总结

本文提出二次曲面高斯泼溅 (Quadratic Gaussian Splatting, QGS)，作为高斯泼溅方法的扩展，用于精确重建场景几何并恢复细节结构。QGS 首次在高斯泼溅框架中引入二次曲面 (quadric surfaces)，并在非欧氏几何空间上定义高斯分布，以提升对二阶曲率的刻

画与拟合能力，从而加强对复杂曲面的表达。基于多组室内与室外数据集的实验表明，所提出方法在几何重建方面达到当前最优水平，同时在渲染质量上保持具有竞争力的表现。

同时，本方法也以较大优势取得了 CAD/CG 2025 建筑场景高精度三维重建挑战赛的冠军。最后，本文所提出的 QGS 方法已开源于：<https://github.com/will-zzy/QGS>。

责任编辑 崔海楠

参考文献

- [1] Ziyu Zhang, Binbin Huang, Hanqing Jiang, Liyang Zhou, Xiaojun Xiang, Shuhan Shen. Quadratic Gaussian Splatting: High Quality Surface Reconstruction with Second-order Geometric Primitives. International Conference on Computer Vision, ICCV 2025.
- [2] R. Jensen, A. Dahl, G. Vogiatzis, E. Tola, and H. Aanæs, ‘Large scale multi-view stereopsis evaluation’, in *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, 2014, pp. 406–413.
- [3] A. Knapsitsch, J. Park, Q.-Y. Zhou, and V. Koltun, ‘Tanks and temples: Benchmarking large-scale scene reconstruction’, *ACM Transactions on Graphics (ToG)*, vol. 36, no. 4, pp. 1–13, 2017.
- [4] J. T. Barron, B. Mildenhall, D. Verbin, P. P. Srinivasan, and P. Hedman, ‘Mip-nerf 360: Unbounded anti-aliased neural radiance fields’, in *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2022, pp. 5470–5479.
- [5] B. Huang, Z. Yu, A. Chen, A. Geiger, and S. Gao, ‘2d gaussian splatting for geometrically accurate radiance fields’, in *ACM SIGGRAPH 2024 conference papers*, 2024, pp. 1–11.
- [6] Z. Yu, T. Sattler, and A. Geiger, ‘Gaussian opacity fields: Efficient and compact surface reconstruction in unbounded scenes’, *arXiv preprint arXiv:2404.10772*, 2024.
- [7] B. Kerbl, G. Kopanas, T. Leimkühler, and G. Drettakis, ‘3D Gaussian splatting for real-time radiance field rendering’, *ACM Trans. Graph.*, vol. 42, no. 4, pp. 139–131, 2023.
- [8] L. Radl, M. Steiner, M. Parger, A. Weinrauch, B. Kerbl, and M. Steinberger, ‘Stopthepop: Sorted gaussian splatting for view-consistent real-time rendering’, *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 43, no. 4, pp. 1–17, 2024.
- [9] Y. Wang *et al.*, ‘Adaptive patch deformation for textureless-resilient multi-view stereo’, in *Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition*, 2023, pp. 1621–1630.



张子钰

中国科学院自动化研究所 23 级博士研究生，导师为申抒含研究员，主要研究方向为高斯泼溅。
Email: zhangziyu2021@ia.ac.cn



黄彬彬

现为香港大学计算机科学系博士研究生，师从高盛华教授。他的研究兴趣是计算机视觉和基础模型，近几年研究工作包括高斯泼溅（2DGS、Mip-Splatting），前馈神经网络（CUPID）。
Email: binbinhuang@connect.hku.hk



申抒含

2003 年和 2006 年分别获西南交通大学学士与硕士学位，2010 年获上海交通大学博士学位。现为中国科学院自动化研究所教授、中国科学院大学人工智能学院岗位教授。其主要研究方向为三维计算机视觉，重点涉及大规模场景三维重建、智能机器人三维感知以及三维语义重建等。在计算机视觉、摄影测量与机器人领域的重要期刊与会议上发表论文 100 余篇。IEEE 高级会员。曾获 2016 年 ACM 北京新星奖、2018 年中国图像图形学会科学技术二等奖、2023 年中国自动化学会自然科学一等奖、2023 年中国测绘学会科学技术一等奖、2024 年中国自动化学会科技进步一等奖等。

Email: shshen@nlpr.ia.ac.cn